Le mouvement brownien

En 1827 le biologiste anglais Robert Brown observait au microscope des grains de pollen lorsqu'il s'aperçut que ces derniers étaient animés d'un mouvement erratique pour lequel aucune explication ne fut trouvée à l'époque. On soupçonna des forces électriques mais on ne réussit pas à les mettre en évidence.

Pendant le 19^{e} siècle la question avança lentement jusqu'à ce qu'on découvre les atomes et les molécules ; l'interprétation de ce mouvement (le **mouvement brownien**) fut alors la suivante : les grains de pollen subissaient d'innombrables chocs de la part des molécules du liquide sur lequel ils flottaient et ces chocs étaient suffisants pour les faire partir dans toutes les directions.

Au début du 20^{e} siècle Albert Einstein réussit grâce aux statistiques à mathématiser le phénomène et à en tirer de nombreuses conséquences : la plus importante fut une détermination précise du **nombre d'Avogadro**, c'est-à-dire la détermination du nombre de molécules contenu dans un volume donné par le physicien français Jean Perrin ($6{,}023.10^{23}$ molécules pour une mole de matière, ce nombre est constant quel que soit le matériau utilisé par définition de la mole).

Nous allons donc faire une simulation du mouvement brownien et en tirer une conséquence très intéressante : prenons un grain de pollen situé à un point origine O ; après un choc en O le grain va se diriger dans une direction aléatoire caractérisée par l'angle α que forme sa trajectoire avec une direction fixée.

Il nous faut choisir cette direction en tirant un nombre au hasard compris entre 0 et 1 et en le multipliant par 2π : avec Excel nous tapons =ALEA()*2*PI() dans une cellule.

(Attention Excel calcule en radians, autre mesure d'angles que le degré : 2π radians équivalent à 360 ° ; la conversion se fait par tableau de proportionnalité ou égalité de rapports : $\frac{x \text{ rad}}{2\pi} = \frac{y\,°}{360}$).

> *En général ALEA() renvoie un nombre au hasard compris entre 0 et 1, il suffit de multiplier par la valeur souhaitée pour avoir un résultat comme on veut : par exemple pour simuler le lancer d'un dé avec le tableur on tapera <u>ENT(ALEA()*6)+1</u> : ENT donne la partie entière du nombre, ALEA()*6 donne un nombre aléatoire compris entre 0 et 6, on récupère donc les entiers 0, 1, 2, 3, 4, 5 auxquels il faut ajouter 1.*

Dans cette direction α le grain parcourt une distance k que nous pouvons choisir également de manière aléatoire, tapons par exemple =ALEA()*10 (il parcourt donc une distance comprise entre 0 et 10). A chaque point de la trajectoire le grain change de direction et la distance parcourue change, il nous faut donc répéter ces formules pour tous les points que nous souhaitons tracer, aussi nous les recopions sur un certain nombre de cellules (il en faut pas mal).

Pour tracer il faut déterminer les coordonnées des points successifs : à partir d'un point (a ; b) on passe au point suivant $(a + k\cos\alpha\ ;\ b + k\sin\alpha)$.

<u>**Activités**</u>

Dans le tableau que vous avez téléchargé :

1. Ecrire ces formules en colonnes C et D et les recopier en descendant.
2. Tracer la trajectoire.
3. Calculer pour chaque point la **distance brute** (d_1) et la **distance moyenne** (d_2) au point origine O.
4. Tracer les courbes obtenues pour les deux distances avec le numéro du choc (n) en abscisse.
5. Le tracé (1) ne donne pas grand chose de régulier mais le (2) est plus intéressant. Pouvez vous déterminer une relation entre n et d_2 ? Corrélation ?
6. Reprendre la question 5 en mettant d_1 en abscisse et n en ordonnée. Conclure.

> *En fait c'est là le résultat obtenu par Einstein : la distance moyenne par rapport au point de départ du grain de pollen évolue comme la racine carrée du nombre de collisions subies par le grain ; par ailleurs le nombre de collisions est gigantesque (de l'ordre de 10^8 par seconde) et la loi est bien respectée.*
>
> *La distance aléatoire k n'a pas d'influence en fait sur ce résultat, on peut s'en passer, mais c'est intéressant de faire l'essai.*